中学校３年生用　振り返り学習教材

数学

文部科学省

年　　組　　　名　前

中学校３年生のみなさんへ

この教材は，全国の中学校３年生が，概ね１学期に学習すると思われる内容について，振り返って学習することができるようにまとめたものです。

みなさんが学習しやすいよう，教科書の練習問題や章末問題をもとに作成しています。また，【解答・解説編】を付けて，家庭学習などでも活用しやすいようにしています。

数学は，新しく学ぶことと，それまでに学んだこととのつながりがとても強い教科です。１つの学習が終わったら，何を学んだのかを振り返り，そのことをもとに次の学習を進めていきましょう。この教材に取り組んでいく中で，答えが間違っていたり，少し難しいなと感じたりした場合は，本教材の【解答・解説編】で確認したり，普段使っている教科書や授業で使っている自分のノートなどを見直したりしてみましょう。これまで気付かなかった新たな発見もあるかもしれません。焦らずに，答えの求め方や考え方が正しく身に付いているかどうかを確かめながら着実に学習を進めていきましょう。

本教材の使用にあたって(学校の先生方へ)

この教材は，中学校第３学年の数学の１学期の主な内容について，生徒が学習を振り返り理解を深めることができるようにすることを目的としています。

【問題編】の後に，各問のポイントを記した【解答・解説編】を付け，なるべく自学自習ができるような構成にしていますが，生徒が難しいと感じる内容などについては，適宜授業で取り上げたり，個別に対応したりするなど，生徒に確かな力が身に付くよう学習の支援をお願いいたします。また，学校や生徒の実情に応じ，無理のない範囲でご活用ください。

本教材を用いることで，生徒が１学期に学習する内容を着実に身に付け，２学期以降の授業において主体的に学習に取り組み，発展的に問題を考えたり，数学を日常生活や社会の様々な事象に活用したりすることができるようになることを期待しています。

目次

【問題編】

【解答・解説編】

【利用一覧，巻末】

【問題編】

１章　多項式（式の展開と因数分解）

$6a(a-2)$ のような単項式×多項式や，多項式×単項式の計算も，

分配法則　$(a+b)c=ac+bc$

$c(a+b)=ca+cb$　を用いれば，

これまでに学んだ多項式×数の場合と同じように計算することができます。

同じように考えて

1　次の計算をしなさい。

(1)　$6a(a-2)$　　(2)　$(2x-5y)\times(-y)$

(3)　$(12x^2-9xy)\div(-3x)$　　(4)　$(3ab+4a)\div\frac{1}{2}a$

1

分配法則とは何かを振り返ってみよう。

除法は逆数を使って計算することができるね。

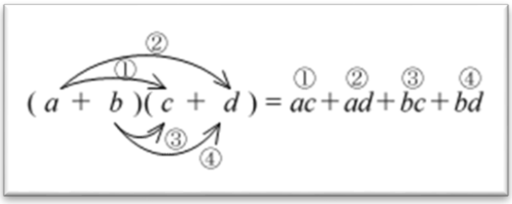
「$\div a \quad\rightarrow\quad \times\frac{1}{a}$ 」

$(x+1)(y+3)$ のような多項式と多項式の乗法は，

$(a+b)(c+d)$

$=ac+ad+bc+bd$　を用いれば，展開することができます。

$(x+1)(y+3)=xy+3x+y+3$



2　次の式を展開しなさい。

(1)　$(a+2)(b-7)$　　(2)　$(2x-3)(3x+1)$

(3)　$(x-1)(x-2y+3)$

2

(3) $x-2y+3$ を１つの文字とみてみよう。

$(x+a)(x+b)$を展開すると，次のようになります。

$$(x+a)(x+b) = x^2+bx+ax+ab = x^2+(a+b)x+ab$$

$x^2+■x+▲$の形にすると，

■は，a と b の和，▲は，a と b の積になる。

次の展開の公式が使えないか考えよう。

公式 1 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

公式 2 $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

公式 3 $(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$

公式 4 $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

3 次の式を展開しなさい。

(1) $(x+6)(x+7)$　　(2) $(a-2)(a-9)$

(3) $(x+5)^2$　　(4) $(x-8)^2$

(5) $(x+9)(x-9)$　　(6) $(y+3)(3-y)$

(7) $(3x+5)(3x-4)$　　(8) $(x+2y+2)(x+2y-2)$

4 次の $\boxed{}$ にあてはまる数や式を求めなさい。

(1) $-6a(\boxed{}-3a)=-24ax+\boxed{}$

(2) $(x+5)(x+\boxed{})=x^2+\boxed{}+30$

(3) $y^2-\boxed{}+\frac{1}{25}=(y-\boxed{})^2$

(4) $\boxed{}-9b^2=(7a+\boxed{})(7a-\boxed{})$

3

展開の公式とは何かについて，振り返ってみよう。

符号に気をつけて展開しよう。

(8)は，$x+2y$ を 1 つの文字でおきかえてみる。

4

何と何をかけて等号が成り立つのか，展開前後の式を見比べて考えよう。

自然数をいくつかの自然数の積で表すとき，3 や 5 のように，1 とその数自身の積の形でしか表せない数を素数といいます。ただし，1 は素数にふくめません。

自然数を素数だけの積で表すことを，その数を素因数分解するといいます。

例えば，150 を素因数分解すると，$150=2\times3\times5\times5=\mathbf{2}\times\mathbf{3}\times\mathbf{5}^{\mathbf{2}}$ となります。

5 次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 10 以下の素数をすべて求めなさい。

(2) 54 を素因数分解しなさい。

(3) 54 にできるだけ小さい自然数をかけて，その積がある自然数の 2 乗になるようにします。どんな数をかければよいですか。

5

(3)ある数の 2 乗になるには，素因数分解したときに，どうなっていればいい？

$(x+1)(x+3)$ は，展開すると，x^2+4x+3 になります。

これを逆にみると，x^2+4x+3 は，次のように積の形で表すことができます。$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

このとき，$x+1$，$x+3$ を x^2+4x+3 の因数といいます。

また，このように多項式をいくつかの因数の積の形に表すことを，もとの式を因数分解するといいます。

$(x+1)(x+3)$

展開 ↓↑ 因数分解

x^2+4x+3

6 次の問いに答えなさい。

(1) 下の式の展開で，まちがっているところを正しくなおしなさい。

$$(x-7)(x+6)=x^2+x-42$$

(2) 次の式は $x^2-3x-18$ を因数分解しているとはいえません。そのわけをいいなさい。

$$x^2-3x-18=x(x-3)-18$$

6

多項式をいくつかの単項式や多項式の積の形で表すとき，一つひとつの式をもとの多項式の因数といったね。

多項式の各項に共通な因数があるとき，
それをかっこの外にくくり出して，式を因数分解することができます。

$\underline{m}a+\underline{m}b+\underline{m}c=\underline{m}(a+b+c)$

例えば，$2ax-ay+a$　を因数分解すると，　$2ax-ay+a=\ a\times 2x-a\times y+a$

$=\ a(2x-y+1)$

（展開を，）逆向きに考える。

7　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$ax+6ay$

(2)　$15ax-5\,ay$

(3)　$3ab+6ac+a$

(4)　$5x^2-10xy$

(5)　$6a^2b-3ab$

7
まずは共通な因数をくくり出すことを考えてみよう。

次の因数分解の公式が使えないか考えてみよう。

公式 1　$x^2+(a+b)\,x+ab=(x+a)\,(x+b)$

公式 2　$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$

公式 3　$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$

公式 4　$x^2-a^2=(x+a)\,(x-a)$

例えば，　$x^2-3\,x+2$ を因数分解するときは，【公式 1】を使い，
和が－3 で，積が 2 である 2 つの数をみつけると，－1 と－2 なので，

$x^2-3\,x+2=(x-2)\,(x-1)$ と因数分解することができます。

8　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$x^2+10\,x+24$

(2)　$a^2+11a+18$

8

(1) 和が 10，積が 24 となる 2 つの数は？

(3)　$x^2-10x+9$

(4)　$y^2-15y+56$

(3) 和が -10, 積が 9 となる 2 つの数は？

(5)　$y^2+2y-48$

(6)　$x^2-7x-60$

(7)　$y^2+12y+36$

(8)　m^2-6m+9

(7) $36=6^2$, $12=2\times 6$ で, y の符号が＋だね。どの公式が使えるだろうか。

(9)　a^2-1

(10)　y^2-64

(9) 項が 2 つの式だから, 2 乗の差を確認して公式を使おう。

(11)　$16x^2-24x+9$

(12)　$a^2+2ab+b^2$

(13)　$49x^2-36y^2$

(14)　$3x^2-24x+48$

(15)　$(x-1)^2-6(x-1)-27$

(16)　$xy+5y-x-5$

(15) $x-1$ を 1 つの文字におきかえてみる。

これまでに学んできた展開の公式や因数分解の公式を活用すると，数の計算が簡単にできる場合があります。

例えば，99^2 を工夫して計算すると，

$$
\begin{aligned}
99^2 &= (100-1)^2 \\
&= 100^2 - 2\times100\times1 + 1^2 \\
&= 9801
\end{aligned}
$$

学んだことを活用しよう。

9　工夫して，次の計算をしなさい。どのように工夫したかわかるように，途中の計算もかきなさい。

(1)　95×105

(2)　41^2

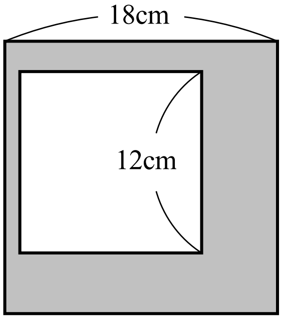
(3)　65^2-35^2

10　次の㋐と㋑では，どちらの方が，計算結果が大きくなりますか。

㋐　364×366

㋑　363×367

11　右の図は，１辺が 18cm の正方形から，１辺が 12cm の正方形を切り取ったものです。色のついた部分の面積を求めなさい。



9

(1)$95=100-5$
　$105=100+5$　だね。

(2)(3)は，使えそうな公式を探そう。

11

色のついた部分の面積を求めるには，どうしたらよいだろう?

これまでに学んできた式の展開や因数分解を活用して，整数や図形の性質を調べよう。

例えば，「２つの奇数の積はどんな数になるだろう？」
いろいろと調べて予想してみよう。

２つの奇数の積をいくつか計算して，共通する性質を見つけるといいよ！

$3\times7=21$
$5\times11=55$
$9\times21=189$
$19\times33=627$

「21，55，189，627 に共通する性質は何だろう？」
→「２つの奇数の積は奇数になりそうだ。」（本当かな?）

２つの奇数を文字の式で表し，それらの積の式をつくり，その式を計算して，予想した結果になることを説明する。

文字を使って一般的に説明する。

2 つの奇数は，　$\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}$ を整数とすると，$\mathbf{2}\boldsymbol{m}+\mathbf{1}$，$\mathbf{2}\boldsymbol{n}+\mathbf{1}$ と表される。
このとき，２つの奇数の積は，

$$\begin{aligned}(2m+1)(2n+1)&=4mn+2m+2n+1\\&=2(2mn+m+n)+1\end{aligned}$$

ここで，$\mathbf{2}\boldsymbol{mn}+\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}$ は整数だから，$\mathbf{2(2}\boldsymbol{mn}+\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n})+\mathbf{1}$ は奇数である。
したがって，２つの奇数の積は奇数になる。

２つの奇数は連続した奇数ばかりではないことに注意する。

12　連続する４つの整数のうち，中の２数の積は，最小の数と最大の数の積より２大きくなります。このことを証明しなさい。

例えば，
連続する４つの整数を，３，４，５，６とすると，
中の２数は，４と５，最小の数と最大の数は，３と６。
$\underline{4\times5-3\times6=2}$
よって，この場合は，中の２数の積は，最小の数と最大の数の積より２大きくなっている。

12
3，4，5，６のときは成り立っているけれど，いつでも成り立つことをいうためには，文字を使って一般的に説明する必要があるね。

連続する４つの整数は，もっとも小さい整数 n とすると，それぞれ，
n，$n+1$，$n+2$，$n+3$ と表すことができるね。

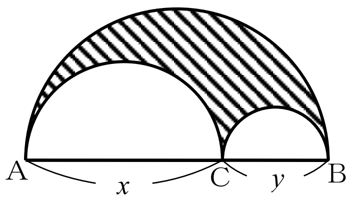
13　２つの続いた整数では，大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は，どんな数になるか予想しなさい。また，それが成り立つことを証明しなさい。

$1^2-0^2=1-0=1$
$2^2-1^2=4-1=3$
$3^2-2^2=9-4=5$

13
1, 3, 5, ･･･はどんな数だろう？

２つの続いた整数のうち, 小さい方の整数を n とすると, 2 つの続いた整数は n,　$n+1$ と表せるよ。

14　右の図のように，線分 AB を直径とする半円があります。また，線分 AB 上に点 C があり，線分 AC を直径とする半円と，線分 BC を直径とする半円があります。



AC＝x,　BC＝y とするとき，斜線部分の図形について，次の問いに答えなさい。

(1) 周の長さを求めなさい。

(2) 面積を求めなさい。

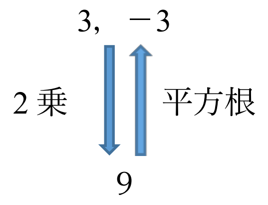
14

(1)斜線部分の図形の周の長さは，3 つの半円の弧の長さの和になるね。

(2)斜線部分の図形の面積は AB を直径とする半円の面積から他の 2 つの半円の面積をひいたものになるね。

２章　平方根

一般に，2 乗すると a になる数を a の平方根といいます。
すなわち，$x^2=a$ にあてはまる x の値が，a の平方根です。
例えば，$3^2=9$，$(-3)^2=9$ なので，
　　　　3 も -3 も 9 の平方根です。
例えば，5 の平方根は，$\sqrt{5}$，$-\sqrt{5}$，すなわち，$\pm\sqrt{5}$ です。



1　次の数の平方根を求めなさい。

(1)　25　　　(2)　19

(3)　0　　　(4)　0.16

1
根号を使わずに表せるものもあるよ。

2　次のことは正しいですか。誤りがあれば＿＿＿の部分を正しくなおしなさい。

(1)　64 の平方根は 8 である。　　　(2)　$\sqrt{(-6)^2}$ は -6 に等しい。

(3)　$\sqrt{16}$ は ± 4 である。　　　(4)　$\sqrt{7}\times\sqrt{7}$ は 7 に等しい。

(5)　$\sqrt{16}-\sqrt{9}$ は $\sqrt{7}$ に等しい。　　　(6)　$\left(-\sqrt{5}\right)^2$ は 5 に等しい。

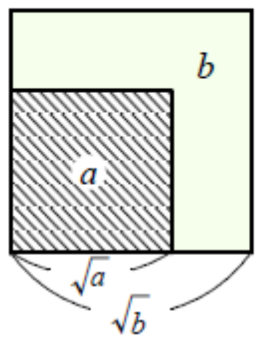
2

(1) 正の数の平方根は，正の数と，負の数のそれぞれ 1 つずつあるね。

(2)，(3)
a が正の数のとき，$\sqrt{a}$ は a の平方根のうち正のほうだね。

正方形では，1 辺の長さが大きくなれば面積も大きくなり，面積が大きくなれば 1 辺の長さも大きくなります。

右の図のように，面積が a，b の正方形を重ねて，それらの 1 辺の長さを考えると，次のことがいえます。



正の数 a，b について，
$a<b$ ならば，$\sqrt{a}<\sqrt{b}$ となります。

3　次の大小関係にあてはまる自然数 a を，すべて求めなさい。

(1)　$2<\sqrt{a}<3$

(2)　$9<\sqrt{a}<9.2$

3
$a<b$ ならば，$\sqrt{a}<\sqrt{b}$ となるよ。

○ 正の数 a，b について，
$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ や $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ が成り立ちます。

文字の式のときと同じように考えることができるね。

○ $a\times\sqrt{b}$ や $\sqrt{b}\times a$ は，乗法の記号×を省いて，ふつう $a\sqrt{b}$ とかきます。

○正の数 a，b について，$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2\times b}$ となります。
例えば，$2\sqrt{2}=2\times\sqrt{2}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{2}=\sqrt{2^2\times2}=\sqrt{8}$ となります。

4　次の数を $\sqrt{a}$ の形にしなさい。

(1)　$2\sqrt{3}$

(2)　$2\sqrt{7}$

(3)　$4\sqrt{2}$

4
$a\sqrt{b}=a\times\sqrt{b}$ ，
$a>0$ のとき，$a=\sqrt{a^2}$ であることを使おう。

5　次の(1)～(4)を，根号の中の整数ができるだけ小さくなるように，$a\sqrt{b}$ の形になおしなさい。

(1)　$\sqrt{45}$

(2)　$\sqrt{52}$

(3)　$\sqrt{153}$

(4)　$\sqrt{128}$

6　次の計算をしなさい。

(1)　$\sqrt{11}\times\sqrt{3}$

(2)　$\sqrt{10}\times\sqrt{20}$

(3)　$\sqrt{18}\div\sqrt{6}$

(4)　$9\sqrt{21}\div3\sqrt{7}$

(5)　$3\sqrt{7}+2\sqrt{7}$

(6)　$3\sqrt{5}-6\sqrt{3}-4\sqrt{5}$

(7)　$\sqrt{72}-\sqrt{8}$

(8)　$\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{75}$

(9)　$\sqrt{2}\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)$

(10)　$\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)^2$

(11)　$\left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-1\right)$

5
$\sqrt{a^2}=a$ であることを使おう。

6

(1)(2)
$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$を使おう。積の計算をする前に，根号の中の数を小さくするといいね。

(5)(6)(7)(8)
文字式の同類項と同じように計算することができるよ。

(9)(10)(11)
分配法則や展開の公式を利用して計算しよう。

$\sqrt{2} = 1.414$ として，$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ と $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ の近似値を求め，どちらの値が大きいか，比べてみよう。

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = 1 \div \sqrt{2}$ なので，これを計算すると，近似値は $1 \div 1.414 = 0.707$ となる。

$\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 2 \div \sqrt{2}$なので，これを計算すると，近似値は $1.414 \div 2 = 0.707$ となる。

分母に根号がない方が計算しやすいね。

$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ の分母と分子に $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$ をかけると，

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ となり，$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ と $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ は同じ数を表します。

分母に根号がある数は，分母と分子に同じ数をかけて，分母に根号がない形に表すことができます。このように，分母に根号がない形に表すことを，分母を有理化するといいます。

7　次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$　　(2) $\dfrac{3}{2\sqrt{6}}$

(3) $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$　　(4) $\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

8　次の各組の数の大小を，不等号を使って表しなさい。

(1) 7，$\sqrt{46}$　　(2) $-\sqrt{8}$，$-\sqrt{10}$

(3) $\sqrt{19}$，$2\sqrt{5}$　　(4) $\dfrac{48}{\sqrt{6}}$，$\dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

8

$a < b$ ならば，$\sqrt{a} < \sqrt{b}$ だね。

有理化することで，大きさが比べられるようになるね。

9 $\sqrt{5}=2.236$ とするとき，次の値を求めなさい。

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

(2) $\sqrt{20}+\sqrt{45}$

(3) $\left(\sqrt{5}+1\right)^2$

10 $\sqrt{20-n}$ が整数となる自然数 n の値をすべて求めなさい。

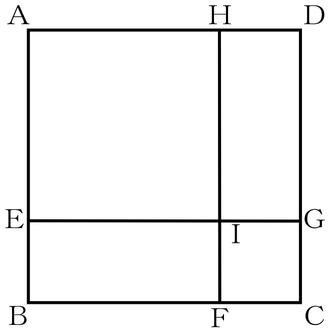
11 $\sqrt{54n}$ が整数となる自然数 n のうち，もっとも小さいものを求めなさい。

9
分母の有理化をしたり，式の計算をしたりしてから，値を代入する。

10
n は自然数だから，$20-n$ は 20 より小さいので，$\sqrt{0}$ から $\sqrt{19}$ の中で，整数になるものを考えてみよう。

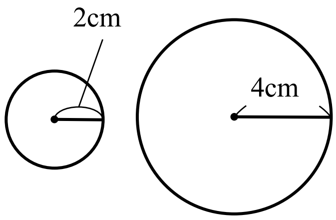
11
根号の中の数である $54n$ がある自然数の 2 乗になれば，$\sqrt{54n}$ は整数になる。54 を素因数分解してみよう。

12　右の図で，四角形ABCD, AEIH は，面積がそれぞれ 12cm^2, 6 cm^2 の正方形です。このとき，正方形 IFCG の面積を求めなさい。



13　半径が 2 cm と 4 cm の 2 つの円について，次の問いに答えなさい。

(1) 周の長さが，この 2 つの円の周の長さの和に等しくなる円をつくるには，半径を何 cm にするとよいですか。



(2) 面積が，この 2 つの円の面積の和に等しくなる円をつくるには，半径を何 cm にするとよいですか。

12
正方形 IFCG の面積を求めるためには，1 辺の長さを求めるといいね。

３章　２次方程式

$x^2-7x+10=0$ や $4x^2+1=9$ のように，移項して整理すると，（ x の２次式）＝0 という形になる方程式を，$\boldsymbol{x}$ についての２次方程式といいます。

２次方程式を成り立たせる文字の値を，その２次方程式の解といい，すべての解を求めることを，その２次方程式を解くといいます。

これまでと，同じように考えることができるね。

例えば， $4^2=16$ なので， $x=4$ は， ２次方程式 $x^2=16$ の解です。

逆に， $x^2=16$ ならば， $x=\pm 4$ であり， ２次方程式 $x^2=16$ の解は，４と－４です。

1　次の方程式のうち，解の１つが２であるものはどれですか。

㋐ $x^2+2x=0$　　㋑ $x^2-7x+10=0$

㋒ $(x+1)(x-2)=0$　　㋓ $(x+2)^2=0$

2　平方根の考えを使って，次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2=9$　　(2) $3x^2=24$

(3) $x^2-81=0$　　(4) $4x^2+1=9$

(5) $(x-1)^2=5$　　(6) $2(x+3)^2-8=0$

1
x に代入して成り立つ値が方程式の解だね。

2
$x^2=k$ または，$(x+m)^2=k$ の形にして，k の平方根を求めよう。

前の問題の 2 で解いたように，$(x+●)^2=▲$の形をした２次方程式は，かっこの中をひとまとまりにみて▲の平方根を求めることによって解くことができます。
例えば，$(x-2)^2=3$ は，平方根の考えを使って，$x-2=\pm\sqrt{3}$ なので，$x=2\pm\sqrt{3}$ です。
したがって，２次方程式 $x^2+px+q=0$ は，$(x+●)^2=▲$の形に変形することができれば，平方根の考えを使って解くことができます。
例えば，$x^2+6x+3=0$ は，3 を左辺に移項して，$x^2+6x=-3$
ここで，平方の公式から，$\boxed{x^2+2ax+a^2}=(x+a)^2$ であるので，$x^2+6x=-3$ の両辺に
<u>x の係数 6 の半分の 2 乗，すなわち 3^2 をたす</u>と，$x^2+6x\underline{+9}=-3\underline{+9}$ で，$(x+3)^2=6$ となり，
$(x+●)^2=▲$の形に変形することができます。

3　二次方程式 $x^2-12x+3=0$ を，次のようにして解きました。
$\boxed{}$ にあてはまる数を書き入れなさい。

$$x^2-12x+3=0$$
数の項を移項して，
$$x^2-12x=-3$$
左辺を $(x+m)^2$ の形にするために，$\boxed{}$ を両辺にたして，
$$x^2-12x+\boxed{}=-3+\boxed{}$$
$$(x-\boxed{})^2 = 33$$
$$x-\boxed{} = \pm\sqrt{33}$$
$$x = 6\pm\sqrt{33}$$

4　次の方程式を，$(x+○)^2=△$の形に変形して解きなさい。

(1)　$x^2+2x=1$

(2)　$x^2-6x+3=0$

(3)　$x^2+8x+4=0$

(4)　$x^2-4x-1=0$

4
両辺に x の係数の半分の２乗をたすとうまく変形できるよ。

2 次方程式の解の公式

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は，$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ になります。

例えば，$2x^2+3x-1=0$ を解の公式を使って解くと，解の公式に，$a=2$，$b=3$，$c=-1$

を代入して，$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+8}}{4}=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

5　解の公式を利用して次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+x-3=0$

(2)　$2x^2-3x-1=0$

(3)　$x^2+4x+2=0$

(4)　$3x^2-5x-2=0$

5
$ax^2+bx+c=0$ の a, b, c の値を確認して，解の公式に代入しよう。

2 つの数や式を A，B とすると，「**AB＝0** ならば，**A＝0** または **B＝0**」が成り立ちます。

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の左辺が因数分解できるときは，これを利用して，2 次方程式を解くことができます。

例えば，2 次方程式 $(x-4)(x-8)=0$ は，

$x-4$ と $x-8$ の積が，0 であることを表しています。

すなわち，$x-4=0$ または $x-8=0$

したがって，解は，$x=4$，$x=8$ となります。

6　次の方程式を解きなさい。

(1)　$(x-5)(x+3)=0$

(2)　$x(x+6)=0$

6

(3) $x^2-5x+6=0$

(4) $x^2+10x+21=0$

(5) $x^2-2x-24=0$

(6) $x^2+3x-40=0$

(7) $x^2-12x=0$

(8) $-2x^2+12x-18=0$

左辺を因数分解し，「AB＝0 ならば A＝0 または B＝0」を利用して解こう。

(8)は，両辺を－2 でわって x^2 の係数を 1 にすると解きやすいね。

7 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2-49=0$

(2) $x^2+3x+2=0$

(3) $x^2-3x-4=0$

(4) $x^2+3x-18=0$

(5) $x^2+4x-3=0$

(6) $3x^2-4x-2=0$

(7) $6x^2-x-1=0$

(8) $\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0$

7
はじめに，どの方法が使えるか考えよう。どうしても解けないときは解の公式を利用しよう。

8 解が次の(1)〜(3)のような数になる2次方程式を，それぞれ1つずつつくりなさい。

(1) $2,\ -1$

(2) $\pm\sqrt{3}$

(3) -5

9 x についての2次方程式 $x^2+ax-8=0$ の解の1つが-2であるとき，a の値を求めなさい。また，この方程式のもう1つの解を求めなさい。

9
方程式の解は方程式を成り立たせる文字の値だね。

10 次のㇰア，イの2次方程式は，どちらも解の1つが2です。このとき，下の問いに答えなさい。

ア $x^2-4ax+3b=0$　　イ $x^2+ax-2b=0$

(1) a，b の値を求めなさい。

(2) ア，イのもう1つの解を，それぞれ求めなさい。

10
解の1つが2だから，方程式に $x=2$ を代入すれば等号が成り立つね。

11　次の問いに答えなさい。

(1)　2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -5 と 6 のとき，a と b の値をそれぞれ求めなさい。

(2)　2 次方程式 $x^2+x-12=0$ の小さいほうの解が，2 次方程式 $x^2+ax+a+5=0$ の解の 1 つになっています。このとき，a の値を求めなさい。

【解答・解説編】

1章　多項式（式の展開と因数分解）

1　次の計算をしなさい。

(1)　$6a(a-2)$　　　　(2)　$(2x-5y)\times(-y)$

(3)　$(12x^2-9xy)\div(-3x)$　　　　(4)　$(3ab+4a)\div\frac{1}{2}a$

【ポイント】

分配法則

$(a+b)c=ac+bc$　　$c(a+b)=ca+cb$ を用いると計算することができる。

除法は逆数を用いて乗法にして計算する。

【解答】

(1)　$6a(a-2)=\mathbf{6a^2-12a}$　　　　(2)　$(2x-5y)\times(-y)=\mathbf{-2xy+5y^2}$

(3)　$(12x^2-9xy)\div(-3x)=(12x^2-9xy)\times\left(\frac{1}{-3x}\right)=\mathbf{-4x+3y}$

(4)　$(3ab+4a)\div\frac{1}{2}a=(3ab+4a)\times\frac{2}{a}=\mathbf{6b+8}$

2　次の式を展開しなさい。

(1)　$(a+2)(b-7)$　　　　(2)　$(2x-3)(3x+1)$

(3)　$(x-1)(x-2y+3)$

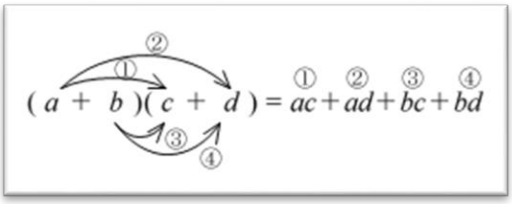
【ポイント】

(1) (2)　$(a+b)(c+d)$を展開すると，

$ac+ad+bc+bd$ になることを使う。

(3)　$x-2y+3$ を 1 つの文字とみて，

分配法則を使うことができる。



【解答】

(1)　$(a+2)(b-7)=\mathbf{ab-7a+2b-14}$

(2)　$(2x-3)(3x+1)=6x^2+2x-9x-3=\mathbf{6x^2-7x-3}$

(3)　$(x-1)(x-2y+3)=x(x-2y+3)-(x-2y+3)$

$=x^2-2xy+3x-x+2y-3$

$=\mathbf{x^2-2xy+2x+2y-3}$

$x-2y+3$ を M とすると，
$(x-1)(x-2y+3)=(x-1)M$ で，
$xM-M$ となるね。

3　次の式を展開しなさい。

(1)　$(x+6)(x+7)$　　(2)　$(a-2)(a-9)$

(3)　$(x+5)^2$　　(4)　$(x-8)^2$

(5)　$(x+9)(x-9)$　　(6)　$(y+3)(3-y)$

(7)　$(3x+5)(3x-4)$　　(8)　$(x+2y+2)(x+2y-2)$

【ポイント】

(1) (2)　次の公式が使えないか考える。　$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(3)〜(6)　次の公式が使えないか考える。　$(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$

$(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$

$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

(7)　$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ が使えないか考える。

【解答】

(1)　$(x+6)(x+7)=x^2+(6+7)x+6\times7=\boldsymbol{x^2+13x+42}$

(2)　$(a-2)(a-9)=\boldsymbol{a^2-11a+18}$

(3)　$(x+5)^2=x^2+2\times5\times x+5^2=\boldsymbol{x^2+10x+25}$

(4)　$(x-8)^2=x^2-2\times8\times x+8^2=\boldsymbol{x^2-16x+64}$

(5)　$(x+9)(x-9)=x^2-9^2=\boldsymbol{x^2-81}$

(6)　$(y+3)(3-y)=(3+y)(3-y)=3^2-y^2=\boldsymbol{9-y^2}$

(7)　$(3x+5)(3x-4)=(3x)^2+(5-4)\times3x+5\times(-4)=\boldsymbol{9x^2+3x-20}$

(8)　$x+2y=M$ とおくと，

$(x+2y+2)(x+2y-2)=(M+2)(M-2)=M^2-2^2$

$=(x+2y)^2-4=\boldsymbol{x^2+4xy+4y^2-4}$

4　次の $\boxed{}$ にあてはまる数や式を求めなさい。

(1)　$-6a(\boxed{}-3a) = -24ax+\boxed{}$

(2)　$(x+5)(x+\boxed{}) = x^2+\boxed{}+30$

(3)　$y^2-\boxed{}+\dfrac{1}{25} = (y-\boxed{})^2$

(4)　$\boxed{}-9b^2 = (7a+\boxed{})(7a-\boxed{})$

【ポイント】

分配法則や乗法公式を使って，何と何をかけるのかをよく考えてみる。

(2)　$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$　　それぞれよく見比べてみよう。

(3)　$(x-a)^2= x^2-2ax+a^2$

(4)　$(x+a)(x-a)=x^2-a^2$

【解答】

(1)　$-6a(\boxed{\mathbf{4x}}-3a) = -24ax+\boxed{\mathbf{18a^2}}$

(2)　$(x+5)(x+\boxed{\mathbf{6}}) = x^2+\boxed{\mathbf{11x}}+30$

(3)　$y^2-\boxed{\dfrac{\mathbf{2}}{5}\boldsymbol{y}}+\dfrac{1}{25} = (y-\boxed{\dfrac{\mathbf{1}}{5}})^2$

(4)　$\boxed{\mathbf{49a^2}}-9b^2 = (7a+\boxed{\mathbf{3b}})(7a-\boxed{\mathbf{3b}})$

5　次の(1)〜(3)に答えなさい。

(1)　10 以下の素数をすべて求めなさい。

(2)　54 を素因数分解しなさい。

(3)　54 にできるだけ小さい自然数をかけて，その積がある自然数の 2 乗になるようにします。どんな数をかければよいですか。

【ポイント】

(1)　3 や 5 のように，1 とその数自身の積以外に 2 つの自然数の積の形に表せない自然数を素数という。ただし 1 は素数に含まれません。

(2)　54 を小さい素数から順にわってみる。

(3)　ある数の 2 乗になるには，素因数分解した数の各指数がすべて偶数となる必要があります。

【解答】

(1)　10 以下の素数は，**$2,\ 3,\ 5,\ 7$**

(2)　54 を素因数分解すると，**$54=2\times3^3$**

(3)　$54=2\times3^3=(2\times3)\times3^2$ となるので，指数をすべて偶数にするには，2 と 3 を 1 つずつかける必要がある。したがって，$2\times3=6$ をかければよい。　　　答　6

6　次の問いに答えなさい。

(1) 下の式の展開で，まちがっているところを正しくなおしなさい。

$$(x-7)(x+6)=x^2+x-42$$

(2) 次の式は $x^2-3x-18$ を因数分解しているとはいえません。そのわけをいいなさい。

$$x^2-3x-18=x(x-3)-18$$

【ポイント】

(1)　$(x+a)(x+b)\ =\ x^2+(a+b)x+ab$

(2)　右辺の式の形がどうなっていれば因数分解したことになるか振り返ってみる。

【解答】

(1)　$(x-7)(x+6)=\boldsymbol{x^2-x-42}$

(2)　右辺が因数の積で表されていないから。

$x^2-3x-18$ を因数分解すると，$x^2-3x-18=(x+3)(x-6)$ になる。

7　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$ax+6ay$　　(2)　$15ax-5ay$　　(3)　$3ab+6ac+a$

(4)　$5x^2-10xy$　　(5)　$6a^2b-3ab$

【ポイント】

まずは共通な因数をくくり出し，因数分解をする。

【解答】

(1)　$ax+6ay\ =\boldsymbol{a(x+6y)}$　　(2)　$15ax-5ay\ =\boldsymbol{5a(3x-y)}$

(3)　$3ab+6ac+a=\boldsymbol{a(3b+6c+1)}$　　(4)　$5x^2-10xy=\boldsymbol{5x(x-2y)}$

(5)　$6a^2b-3ab=\boldsymbol{3ab-2a-3}$

8　次の式を因数分解しなさい。

(1)　$x^2+10x+24$　(2)　$a^2+11a+18$　(3)　$x^2-10x+9$　(4)　$y^2-15y+56$

(5)　$y^2+2y-48$　(6)　$x^2-7x-60$　(7)　$y^2+12y+36$　(8)　m^2-6m+9

(9)　a^2-1　(10)　x^2-64　(11)　$16x^2-24x+9$　(12)　$a^2+2ab+b^2$

(13)　$49x^2-36y^2$　(14)　$3x^2-24x+48$　(15)　$(x-1)^2-6(x-1)-27$

(16)　$xy+5y-x-5$

【ポイント】

共通な因数があればくくりだし，これまでに学んだ下の公式が使えないか考えてみる。

$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

$x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$

$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$

$x^2-a^2=(x+a)(x-a)$

【解答】

(1)　$x^2+10x+24=\mathbf{(x+4)(x+6)}$　(2)　$a^2+11a+18=\mathbf{(a+2)(a+9)}$

(3)　$x^2-10x+9=\mathbf{(x-9)(x-1)}$　(4)　$y^2-15y+56=\mathbf{(y-7)(y-8)}$

(5)　$y^2+2y-48=\mathbf{(y-6)(y+8)}$　(6)　$x^2-7x-60=\mathbf{(x+5)(x-12)}$

(7)　$y^2+12y+36=\mathbf{(y+6)^2}$　(8)　$m^2-6m+9=\mathbf{(m-3)^2}$

(9)　$a^2-1=\mathbf{(a+1)(a-1)}$　(10)　$y^2-64=\mathbf{(y+8)(y-8)}$

(11)　$16x^2-24x+9=(4x)^2-2\times4\times3x+3^2=\mathbf{(4x+3)^2}$

(12)　$a^2+2ab+b^2=\mathbf{(a+b)^2}$　(13)　$49x^2-36y^2=(7x)^2-(6y)^2=\mathbf{(7x+6y)(7x-6y)}$

(14)　共通な因数 3 をくくりだして，因数分解する。

$3x^2-24x+48=3(x^2-8x+16)=\mathbf{3(x-4)^2}$

(15)　$x-1=$M とおくと，

$(x-1)^2-6(x-1)-27=M^2-6M-27=(M-9)(M+3)$

$=(x-1-9)(x-1+3)=\mathbf{(x-10)(x+2)}$

(16)　$xy+5y-x-5=x(y-1)+5(y-1)=\mathbf{(y-1)(x+5)}$

9 次の式を工夫して計算しなさい。どのように工夫したかわかるように，途中の計算もかきなさい。

(1) 95×105　(2) 41^2　(3) 65^2-35^2

【ポイント】

(1) $95=100-5$，$105=100+5$　とみて，公式が使えないか考えてみる。

(2) $41=40+1$　とみて，公式 $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$ を利用する。

(3) 65^2-35^2 は，2乗どうしの差だから，公式 $x^2-a^2=(x+a)(x-a)$ を利用する。

【解答】

(1) $95\times105=(100-5)(100+5)=100^2-5^2=10000-25=\mathbf{9975}$

(2) $41^2=(40+1)^2=40^2+2\times40+1=1600+80+1=\mathbf{1681}$

(3) $65^2-35^2=(65-35)(65+35)=30\times100=\mathbf{3000}$

10 次のアとイでは，どちらの方が，計算結果が大きくなりますか。

ア 364×366　イ 363×367

【ポイント】

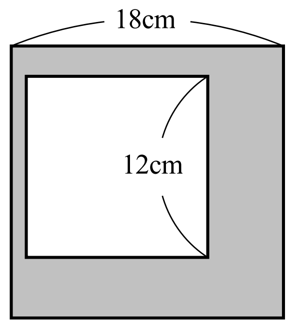
2つのかける数について，365からの差が同じことから，公式 $(x+a)(x-a)=x^2-a^2$ が使えないか考えてみる。

【解答】

ア $364\times366=(365-1)(365+1)=365^2-1^2=365^2-1$

イ $363\times367=(365-2)(365+2)=365^2-2^2=365^2-4$　したがって，アの方が大きい。

11　右の図は，１辺が 18cm の正方形から，１辺が 12cm の正方形を切り取ったものです。 色のついた部分の面積を求めなさい。



【ポイント】

色のついた部分の面積を求めるには，１辺が 18cm の正方形の面積から，１辺が 12cm の正方形の面積をひくとよい。

【解答】

（色のついた部分の面積）＝（１辺が 18cm の正方形の面積）－（１辺が 12cm の正方形の面積）と考えて，

$18^2-12^2=(18-12)(18+12)=6\times30=180$

答　**180cm²**

12　連続する４つの整数のうち，中の２数の積は，最小の数と最大の数の積より２大きくなります。このことを証明しなさい。

３，４，５，６ $4\times5-3\times6=2$

【ポイント】

連続する４つの整数を文字の式で表し，中の２数の積を表す式と，最小の数と最大の数の積を表す式をそれぞれつくり，それらの差が２であることを示す。

【解答】

連続する４つの整数のうち，もっとも小さい整数を n とすると，連続する４つの整数は，

n，$n+1$，$n+2$，$n+3$ と表される。

このとき，中の２数の積を表す式は，$(n+1)(n+2)$と表すことができる。

一方，最小の数と最大の数の積は，$n(n+3)$と表すことができる。

よって，中の２数の積から最小の数と最大の数の積をひくと，

$$(n+1)(n+2)-n(n+3)=n^2+3n+2-n^2-3n=2$$

したがって，連続する４つの整数のうち，中の２数の積は，最小の数と最大の数の積より２大きくなる。

（※最小の数と最大の数の積より２大きい数を，$n(n+3)+2$ と表し，

$(n+1)(n+2)$と $n(n+3)+2$ が等しいことを示してもよい。）

13　２つの続いた整数では，大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は，どんな数になるか予想しなさい。また，それが成り立つことを証明しなさい。

$1^2-0^2=1-0=1$
$2^2-1^2=4-1=3$
$3^2-2^2=9-4=5$

【ポイント】

大きい数の平方から小さい数の平方をひいてできる数をいくつか求め，それらに共通する性質を見いだして予想する。

２つの続いた整数を文字の式で表し，大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差の式をつくり，その式を計算して，予想した結果になるかどうかを示す。

【解答】

予想：大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は 1，3，5，・・・。

２つの続いた整数の，大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は奇数と予想できる。

【予想が成り立つことの説明】

２つの続いた整数のうち，小さい方の整数を $\boldsymbol{n}$ とすると，２つの続いた整数は，$\boldsymbol{n}$，$\boldsymbol{n+1}$ と表される。

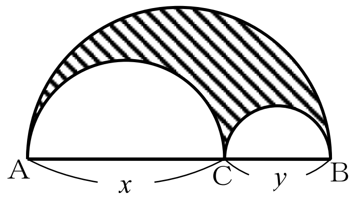
このとき，大きい数の平方から小さい数の平方をひいてできる数を表す式は，

$\boldsymbol{(n+1)^2-n^2}$ と表すことができる。

$$\boldsymbol{(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2}$$
$$\boldsymbol{=2n+1}$$

したがって，２つの続いた整数の，大きい数の平方から小さい数の平方をひいたときの差は奇数である。

14　右の図のように，線分ABを直径とする半円があります。
また，線分AB上に点Cがあり，線分ACを直径とする半円と，線分BCを直径とする半円があります。
AC＝x，　BC＝y とするとき，斜線部分の図形について，次の問いに答えなさい。



(1) 周の長さを求めなさい。

(2) 面積を求めなさい。

【ポイント】

ABを直径とする半円の半径は $\frac{x+y}{2}$, ACを直径とする半円の半径は $\frac{x}{2}$，BCを直径とする半円の半径は $\frac{y}{2}$ 。

(1)　斜線部分の図形の周の長さは，3つの半円の弧の長さの和を求める。

(2)　斜線部分の図形の面積はABを直径とする半円の面積から他の2つの半円の面積をひいた値を求める。

【解答】

(1)　(斜線部分の図形の周の長さ)$=2\pi\times\frac{x+y}{2}\times\frac{1}{2}+2\pi\times\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}+2\pi\times\frac{y}{2}\times\frac{1}{2}$

$$=\frac{\pi(x+y)}{2}+\frac{\pi x}{2}+\frac{\pi y}{2}=\frac{\pi(x+y)+\pi x+\pi y}{2}=\frac{2\pi x+2\pi y}{2}$$

$$=\boldsymbol{\pi x+\pi y}$$

(2)　(斜線部分の図形の面積)$=\pi\times\left(\frac{x+y}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}-\pi\times\left(\frac{x}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}-\pi\times\left(\frac{y}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}$

$$=\frac{\pi(x+y)^2}{8}-\frac{\pi x^2}{8}-\frac{\pi y^2}{8}=\frac{\pi(x^2+2xy+y^2)-\pi x^2-\pi y^2}{8}$$

$$=\frac{2\pi xy}{8}=\boldsymbol{\frac{\pi xy}{4}}$$

２章　平方根

1　次の数の平方根を求めなさい。

(1)　25　　(2)　19　　(3)　0　　(4)　0.16

【ポイント】

整数や小数の２乗になっている数は，根号を使わずに表しましょう。

正の数の平方根には，正の数と負の数の両方があることに注意しましょう。

【解答】

(1)　25 の平方根は，± 5　　(2)　19 の平方根は，$\pm\sqrt{\mathbf{19}}$

(3)　0 の平方根は，0　　(4)　0.16 の平方根は，$\pm\mathbf{0.4}$

2　次のことは正しいですか。誤りがあれば＿＿の部分を正しくなおしなさい。

(1)　64 の平方根は $\underline{8}$ である。　　(2)　$\sqrt{(-6)^2}$ は $\underline{-6}$ である。

(3)　$\sqrt{16}$ は $\underline{\pm 4}$ である。　　(4)　$\sqrt{7}\times\sqrt{7}$ は $\underline{7}$ に等しい。

(5)　$\sqrt{16}-\sqrt{9}$ は $\underline{\sqrt{7}}$ に等しい。　　(6)　$\left(-\sqrt{5}\right)^2$ は $\underline{5}$ に等しい。

【ポイント】

a が正の数のとき，a の平方根の正の方を $\sqrt{a}$，負の方を $-\sqrt{a}$ と表します。

【解答】

(1)　64 の平方根は $\underline{\pm 8}$ である。　　(2)　$\sqrt{(-6)^2}$ は $\underline{6}$ である。

(3)　$\sqrt{16}$ は $\underline{4}$ である。　　(4)　正しい。

(5)　$\sqrt{16}-\sqrt{9}$ は 1 に等しい。　　(6)　正しい。

3　次の大小関係にあてはまる自然数 a を，すべて求めなさい。

(1)　$2<\sqrt{a}<3$　　(2)　$9<\sqrt{a}<9.2$

【ポイント】

正の数 a，b について，$a<b$ ならば，$\sqrt{a}<\sqrt{b}$ となることを用いて考える。

【解答】

(1)　$2=\sqrt{4}$，$3=\sqrt{9}$ だから，$2<\sqrt{a}<3$ は，$\sqrt{4}<\sqrt{a}<\sqrt{9}$ となる。

したがって，答えは，**<u>5，6，7，8</u>**

(2)　$9.2\times9.2=84.64$ なので，$9.2=\sqrt{84.64}$ となる。また，$9=\sqrt{81}$，

だから，$9<\sqrt{a}<9.2$ は，$\sqrt{81}<\sqrt{a}<\sqrt{84.64}$ となる。

したがって，答えは，**<u>82，83，84</u>**

4　次の数を$\sqrt{a}$ の形にしなさい。

(1)　$2\sqrt{3}$　　(2)　$2\sqrt{7}$　　(3)　$4\sqrt{2}$

【ポイント】

正の数 a，b について，$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2\times b}$ ，となることを用いて考える。

【解答】

(1)　$2\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times 3}=\sqrt{\mathbf{12}}$

(2)　$2\sqrt{7}=\sqrt{2^2\times 7}=\sqrt{\mathbf{28}}$

(3)　$4\sqrt{2}=\sqrt{4^2\times 2}=\sqrt{\mathbf{32}}$

5　次の(1)～(4)を，根号の中の整数ができるだけ小さくなるように，$a\sqrt{b}$ の形になおしなさい。

(1)　$\sqrt{45}$　　(2)　$\sqrt{52}$　　(3)　$\sqrt{153}$　　(4)　$\sqrt{128}$

【ポイント】

前の問題と逆向きに考えると，$\sqrt{a^2\times b}=a\sqrt{b}$ となる。

【解答】

(1)　$\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times 5}=\mathbf{3\sqrt{5}}$

(2)　$\sqrt{52}=\sqrt{2^2\times 13}=\mathbf{2\sqrt{13}}$

(3)　$\sqrt{153}=\sqrt{3^2\times 17}=\mathbf{3\sqrt{17}}$

(4)　$\sqrt{128}=\sqrt{2^7}=\sqrt{2^6\times 2}=\mathbf{8\sqrt{2}}$

6　次の計算をしなさい。

(1)　$\sqrt{11}\times\sqrt{3}$　　(2)　$\sqrt{10}\times\sqrt{20}$　　(3)　$\sqrt{18}\div\sqrt{6}$

(4)　$9\sqrt{21}\div 3\sqrt{7}$　　(5)　$3\sqrt{7}+2\sqrt{7}$　　(6)　$3\sqrt{5}-6\sqrt{3}-4\sqrt{5}$

(7)　$\sqrt{72}-\sqrt{8}$　　(8)　$\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{75}$　　(9)　$\sqrt{2}\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)$

(10)　$\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)^2$　　(11)　$\left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-1\right)$

【ポイント】

(1)～(4)　$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ や，$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ を利用して考える。

積の計算をする前に，素因数分解するとよい。

(5)～(8)　根号の中が同じ数は同じ文字，根号の中が異なる数は異なる文字のように考えて，文字式と同じように計算することができる。

(9)～(11)　分配法則や展開の公式を利用して考える。

【解答】

(1) $\sqrt{11}\times\sqrt{3}=\sqrt{11\times 3}=\sqrt{\mathbf{33}}$

(2) $\sqrt{10}\times\sqrt{20}=\sqrt{2\times 5}\times\sqrt{2\times 2\times 5}=\sqrt{2\times 2^2\times 5^2}=2\times 5\times\sqrt{2}=\mathbf{10\sqrt{2}}$

(3) $\sqrt{18}\div\sqrt{6}=\sqrt{\frac{18}{6}}=\sqrt{\mathbf{3}}$

(4) $9\sqrt{21}\div 3\sqrt{7}=\frac{9\sqrt{21}}{3\sqrt{7}}=3\times\sqrt{\frac{21}{7}}=\mathbf{3\sqrt{3}}$

(5) $3\sqrt{7}+2\sqrt{7}=\left(3+2\right)\sqrt{7}=\mathbf{5\sqrt{7}}$

(6) $3\sqrt{5}-6\sqrt{3}-4\sqrt{5}=(3-4)\sqrt{5}-6\sqrt{3}=\mathbf{-\sqrt{5}-6\sqrt{3}}$

(7) $\sqrt{72}-\sqrt{8}=\sqrt{6^2\times 2}-\sqrt{2^3}=6\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\mathbf{4\sqrt{2}}$

(8) $\sqrt{3}+\sqrt{27}-\sqrt{75}=\sqrt{3}+\sqrt{3^3}-\sqrt{5^2\times 3}=\sqrt{3}+3\sqrt{3}-5\sqrt{3}=\mathbf{-\sqrt{3}}$

(9) $\sqrt{2}\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)=\sqrt{2}\left(\sqrt{2^3}+\sqrt{3}\right)=\sqrt{2^4}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\mathbf{4+\sqrt{6}}$

(10) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}+\left(\sqrt{6}\right)^2=3-2\times\sqrt{3\times 2\times 3}+6=\mathbf{9-6\sqrt{2}}$

(11) $\left(\sqrt{5}+2\right)\left(\sqrt{5}-1\right)=\left(\sqrt{5}\right)^2+(2-1)\sqrt{5}-2=5+\sqrt{5}-2=\mathbf{3+\sqrt{5}}$

7　次の数の分母を有理化しなさい。

(1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$　　(2) $\frac{3}{2\sqrt{6}}$　　(3) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$　　(4) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

【ポイント】

(1)～(4)　分母と分子に同じ数をかけて，分母に根号をふくまない形に変形することを分母の有理化という。

【解答】

(1) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{\mathbf{6}}}{\mathbf{3}}$

(2) $\frac{3}{2\sqrt{6}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{12}=\frac{\sqrt{\mathbf{6}}}{\mathbf{4}}$

(3) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}+1\times\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{\mathbf{6}}+\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}}$

(4) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{10}-\sqrt{2})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10\times 5}-\sqrt{2\times 5}}{5}=\frac{\mathbf{5\sqrt{2}-\sqrt{10}}}{\mathbf{5}}$

8　次の各組の数の大小を，不等号を使って表しなさい。

(1)　7，$\sqrt{46}$

(2)　$-\sqrt{8}$，$-\sqrt{10}$

(3)　$\sqrt{19}$，$2\sqrt{5}$

(4)　$\dfrac{48}{\sqrt{6}}$，$\dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

【ポイント】

正の数 a，b について，$a<b$ ならば，$\sqrt{a}<\sqrt{b}$ となることを用いて考える。

【解答】

(1)　$7^2=49$，$\left(\sqrt{46}\right)^2=46$ で，$49>46$ であるから，

$\sqrt{49}>\sqrt{46}$

したがって，$\mathbf{7>\sqrt{46}}$

(2)　$8<10$であるから，$\sqrt{8}<\sqrt{10}$

負の数は0より小さく，絶対値が大きいほど小さいので，

$\mathbf{-\sqrt{8}>-\sqrt{10}}$

(3)　$\sqrt{19}$，$2\sqrt{5}$

$2\sqrt{5}=\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{20}$

$19<20$ であるから，$\mathbf{\sqrt{19}<2\sqrt{5}}$

(4)　$\dfrac{48}{\sqrt{6}}$，$\dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

それぞれ有理化すると，$\dfrac{48}{\sqrt{6}}=\dfrac{48\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{48\sqrt{6}}{6}=8\sqrt{6}$

$\dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{18\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{18\sqrt{6}}{3}=6\sqrt{6}$

したがって，$\mathbf{\dfrac{48}{\sqrt{6}}>\dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}$

9　$\sqrt{5}$ ＝2.236 として，次の値を求めなさい。

(1)　$\frac{1}{\sqrt{5}}$　　(2)　$\sqrt{20}+\sqrt{45}$　　(3)　$\left(\sqrt{5}+1\right)^2$

【ポイント】

分母の有理化をしたり，式の計算をしたりしてから代入すると計算が簡単になる。

【解答】

(1)　$\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}=2.236\div5=\mathbf{0.4472}$

(2)　$\sqrt{20}+\sqrt{45}=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=5\sqrt{5}=5\times\sqrt{5}=5\times2.236=\mathbf{11.18}$

(3)　$\left(\sqrt{5}+1\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2+2\times\sqrt{5}+1^2=5+2\sqrt{5}+1=6+2\sqrt{5}=6+2\times2.236=\mathbf{10.472}$

10　$\sqrt{20-n}$ が整数となる自然数 n の値をすべて求めなさい。

【ポイント】

n は自然数だから，20－n は，20 より小さく，0 以上の整数である。

そこで，$\sqrt{0}$ から $\sqrt{19}$ の中の数で，根号の中の数が，整数の 2 乗になる数を探す。

【解答】

n は自然数で，根号の中の数は 0 以上の数だから，

20－n は，20 より小さく，0 以上の整数である。

よって，$\sqrt{20-n}$ は，根号の中の，20－n が 0，1，2，3，4 をそれぞれ 2 乗した数である

0，1，4，9，16 のときに整数になる。

20－n＝0 のとき，　n＝20　　20－n＝1 のとき，　n＝19　　20－n＝4 のとき，　n＝16

20－n＝9 のとき，　n＝11　　20－n＝16 のとき，　n＝4

よって，　**n＝4，11，16，19，20**

11　$\sqrt{54n}$ が整数となる自然数 n のうち，もっとも小さいものを求めなさい。

【ポイント】

根号の中の $54n$ がある自然数の 2 乗になれば，$\sqrt{54n}$ は整数になる。

【解答】

$54=2\times3^3=2\times3\times3^2$

これに 2×3 をかけると，$2^2\times3^4$ となり，2，3 のそれぞれの指数が偶数となる。

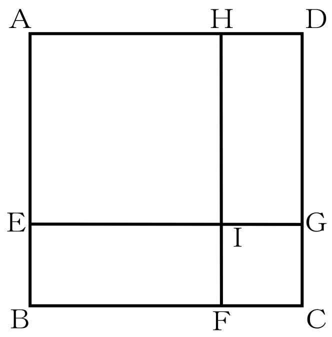
したがって，$n=2\times3$ とすると，

$\sqrt{54n}=\sqrt{2\times3\times3^2\times2\times3}=\sqrt{2^2\times3^4}=2\times3^2=18$

18 は整数なので，$\sqrt{54n}$ が整数となる自然数 n のうち，もっとも小さいものは，6 である。

答　$\boldsymbol{n}=6$

12　右の図で，四角形 ABCD，AEIH は，面積がそれぞれ 12cm^2，$6\,\text{cm}^2$ の正方形です。このとき，正方形 IFCG の面積を求めなさい。



【解答】

正方形 ABCD の 1 辺の長さは，$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$（cm），正方形 AEIH の 1 辺の長さは，$\sqrt{6}$（cm）

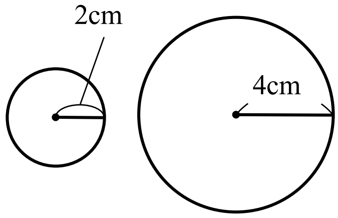
$\text{FC}=\text{BC}-\text{BF}=\text{BC}-\text{EI}=2\sqrt{3}-\sqrt{6}$（cm）

したがって，正方形 IFCG の面積は，$\left(2\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)^2$（$\text{cm}^2$）

$\left(2\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2-2\times2\sqrt{3}\times\sqrt{6}+\left(\sqrt{6}\right)^2=12-12\sqrt{2}+6=18-12\sqrt{2}$

答　**$18-12\sqrt{2}$（cm^2）**

13 半径が2 cmと4 cmの2つの円について，次の問いに答えなさい。



(1) 周の長さが，この2つの円の周の長さの和に等しくなる円をつくるには，半径を何cmにするとよいですか。

(2) 面積が，この2つの円の面積の和に等しくなる円をつくるには，半径を何cmにするとよいですか。

【ポイント】

（円の周の長さ）$=2\pi\times$（半径），　（円の面積）$=\pi\times$（半径）$\times$（半径）

【解答】

(1) 半径が2 cmの円の周の長さは，$2\pi\times2=4\pi$（cm）

半径が4 cmの円の周の長さは，$2\pi\times4=8\pi$（cm）

したがって，周の長さが12π cmの円の半径を求めるとよい。

円の半径をr cmとすると，$2\pi r=12\pi$

よって，$r=6$　　答　**6 cm**

(2) 半径が2 cmの円の面積は，$\pi\times2\times2=4\pi$（cm^2）

半径が4 cmの円の面積は，$\pi\times4\times4=16\pi$（cm^2）

したがって，面積が20π cm^2の円の半径を求めるとよい。

円の半径をr cmとすると，$\pi r^2=20\pi$（cm^2）

両辺をπでわると，$r^2=20$

よって，rは20の平方根だから，$r=\pm\sqrt{20}=\pm2\sqrt{5}$

円の半径は正の数だから，$r=2\sqrt{5}$　　答　**$2\sqrt{5}$ cm**

３章　２次方程式

1　次の方程式のうち，解の１つが２であるものはどれですか。

㋐　$x^2+2x=0$　　㋑　$x^2-7x+10=0$　　㋒　$(x+1)(x-2)=0$　　㋓　$(x+2)^2=0$

【ポイント】

方程式の左辺に $x=2$ を代入して，等式が成り立つかどうか調べる。

【解答】

$x=2$ を代入して調べると，

㋐　$x^2+2x=2^2+2\times2=4+4=8$　　右辺は０だから，成り立たない。

㋑　$x^2-7x+10=2^2-7\times2+10=4-14+10=0$　右辺は０で成り立つ。

㋒　$(x+1)(x-2)=(2+1)(2-2)=0$　　右辺は０で成り立つ。

㋓　$(x+2)^2=(2+2)^2=16$　　右辺は０だから，成り立たない。

答　㋑と㋒

2　平方根の考えを使って，次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2=9$　　(2)　$3x^2=24$　　(3)　$x^2-81=0$

(4)　$4x^2+1=9$　　(5)　$(x-1)^2=5$　　(6)　$2(x+3)^2-8=0$

【ポイント】

$x^2=k$，$(x+m)^2=k$ の形に変形し，「$x^2=k$　ならば，$x=\pm\sqrt{k}$」を用いて解くことができる。

【解答】

(1)　$x^2=9$

$\boldsymbol{x=\pm3}$

(2)　$3x^2=24$

$x^2=8$

$x=\pm\sqrt{8}=\pm2\boldsymbol{\sqrt{2}}$

(3)　$x^2-81=0$

$x^2=81$

$\boldsymbol{x=\pm9}$

(4)　$4x^2+1=9$

$4x^2=8$

$x^2=2$

$\boldsymbol{x=\pm\sqrt{2}}$

(5)　$(x-1)^2=5$

$x-1=\pm\sqrt{5}$

$\boldsymbol{x=1\pm\sqrt{5}}$

(6)　$2(x+3)^2-8=0$

$2(x+3)^2=8$

$(x+3)^2=4$

$x+3=\pm2$

$x=-3\pm2$

$\boldsymbol{x=-1,\ -5}$

3　二次方程式 $x^2-12x+3=0$ を，次のようにして解きました。$\boxed{}$ にあてはまる数を書き入れなさい。

$$x^2-12x+3=0$$

数の項を移項して，

$$x^2-12x=-3$$

左辺を $(x+m)^2$ の形にするために，$\boxed{}$ を両辺にたして，

$$x^2-12x+\boxed{}=-3+\boxed{}$$

$$(x-\boxed{})^2=33$$

$$x-\boxed{}=\pm\sqrt{33}$$

$$x=6\pm\sqrt{33}$$

【ポイント】

平方の公式【 $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$ ，$x^2-2ax+a^2=(x-a)^2$】と，与えられた式をよく見比べて変形をする。

$x^2-12x=-3$　の左辺を $(x-a)^2$ の形に変形するために，両辺に，x の係数 -12 の半分の 2 乗である 36 をたすと，$x^2-12x+36=-3+36$　となり，左辺は，$(x-6)^2$ になる。

【解答】

$$x^2-12x+3=0$$

数の項を移項して，

$$x^2-12x=-3$$

36 は x の係数である -12 の半分の 2 乗です。

左辺を $(x+m)^2$ の形にするために，$\boxed{\mathbf{36}}$ を両辺にたして，

$$x^2-12x+\boxed{\mathbf{36}}=-3+\boxed{\mathbf{36}}$$

$$(x-\boxed{6})^2=33$$

$$x-\boxed{6}=\pm\sqrt{33}$$

$$x=6\pm\sqrt{33}$$

4　次の方程式を，$(x+◯)^2=△$の形に変形して解きなさい。

(1)　$x^2+2x=1$　　(2)　$x^2-6x+3=0$　　(3)　$x^2+8x+4=0$　　(4)　$x^2-4x-1=0$

【ポイント】

両辺に，x の係数の半分の 2 乗をたして，$(x+◯)^2$ の形に変形する。

【解答】

(1)　$x^2+2x=1$

両辺に x の係数 2 の半分の 2 乗をたす。

$x^2+2x+1^2=1+1^2$

$(x+1)^2=2$

$x+1=\pm\sqrt{2}$

$\boldsymbol{x=-1\pm\sqrt{2}}$

(2)　$x^2-6x+3=0$

$x^2-6x=-3$

両辺に x の係数－6 の半分の 2 乗をたす。

$x^2-6x+3^2=-3+3^2$

$(x-3)^2=6$

$x-3=\pm\sqrt{6}$

$\boldsymbol{x=3\pm\sqrt{6}}$

(3)　$x^2+8x+4=0$

$x^2+8x=-4$

両辺に x の係数 8 の半分の 2 乗をたす。

$x^2+8x+4^2=-4+4^2$

$(x+4)^2=12$

$x+4=\pm\sqrt{12}$

$x+4=\pm2\sqrt{3}$

$\boldsymbol{x=-4\pm2\sqrt{3}}$

(4)　$x^2-4x-1=0$

$x^2-4x=1$

両辺に x の係数－4 の半分の 2 乗をたす。

$x^2-4x+2^2=1+2^2$

$(x-2)^2=5$

$x-2=\pm\sqrt{5}$

$\boldsymbol{x=2\pm\sqrt{5}}$

5　解の公式を利用して次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2+x-3=0$　　(2)　$2x^2-3x-1=0$　　(3)　$x^2+4x+2=0$　　(4)　$3x^2-5x-2=0$

【ポイント】

解の公式「二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は，$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 」を利用する。

【解答】

(1)　$x^2+x-3=0$

解の公式に，$a=1$，$b=1$，$c=-3$

を代入すると

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{1+12}}{2}=\boldsymbol{\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}}$$

(2)　$2x^2-3x-1=0$

解の公式に，$a=2$，$b=-3$，$c=-1$

を代入すると

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{9+8}}{4}=\boldsymbol{\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}}$$

(3)　$x^2+4x+2=0$

解の公式に，$a=1$，$b=4$，$c=2$

を代入すると

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times2}}{2\times1}$$
$$=\frac{-4\pm\sqrt{16-8}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{8}}{2}$$
$$=\frac{-4\pm2\sqrt{2}}{2}=\boldsymbol{-2\pm\sqrt{2}}$$

(4)　$3x^2-5x-2=0$

解の公式に，$a=3$，$b=-5$，$c=-2$

を代入すると

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$$
$$=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{49}}{6}=\frac{5\pm7}{6}$$

$x=\frac{5+7}{6}$ から $x=2$，

$x=\frac{5-7}{6}$ から $x=-\frac{1}{3}$

$\boldsymbol{x=2\,,\ -\frac{1}{3}}$

6　次の方程式を解きなさい。

(1)　$(x-5)(x+3)=0$　(2)　$x(x+6)=0$　(3)　$x^2-5x+6=0$

(4)　$x^2+10x+21=0$　(5)　$x^2-2x-24=0$　(6)　$x^2+3x-40=0$

(7)　$x^2-12x=0$　(8)　$-2x^2+12x-18=0$

【ポイント】

因数分解して，「AB＝0 ならば，A＝0 または B＝0」を利用して解く。

【解答】

(1)　$(x-5)(x+3)=0$

$x-5=0$ または $x+3=0$

$\boldsymbol{x=5,\ -3}$

(2)　$x(x+6)=0$

$x=0$ または $x+6=0$

$\boldsymbol{x=0,\ -6}$

(3)　$x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

$x-2=0$ または $x-3=0$

$\boldsymbol{x=2,\ 3}$

(4)　$x^2+10x+21=0$

$(x+3)(x+7)=0$

$x+3=0$ または $x+7=0$

$\boldsymbol{x=-3,\ -7}$

(5)　$x^2-2x-24=0$

$(x-6)(x+4)=0$

$x-6=0$ または $x+4=0$

$\boldsymbol{x=6,\ -4}$

(6)　$x^2+3x-40=0$

$(x+8)(x-5)=0$

$x+8=0$ または $x-5=0$

$\boldsymbol{x=-8,\ 5}$

(7)　$x^2-12x=0$

$x(x-12)=0$

$x=0$ または $x-12=0$

$\boldsymbol{x=0,\ 12}$

(8)　$-2x^2+12x-18=0$

両辺を－2 でわって

$x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$

$x-3=0$

$\boldsymbol{x=3}$

7　次の方程式を解きなさい。

(1)　$x^2-49=0$　　(2)　$x^2+3x+2=0$　　(3)　$x^2-3x-4=0$

(4)　$x^2+3x-18=0$　　(5)　$x^2+4x-3=0$　　(6)　$3x^2-4x-2=0$

(7)　$6x^2-x-1=0$　　(8)　$\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0$

【ポイント】

はじめに，平方根の考えを利用できないか，因数分解をして解くことができないかを考え，どうしても解けないときは解の公式を利用しよう。

【解答】

(1)　$x^2-49=0$

$x^2=49$

$\boldsymbol{x=\pm 7}$

(2)　$x^2+3x+2=0$

$(x+2)(x+1)=0$

$x+2=0$ または $x+1=0$

$\boldsymbol{x=-2,\ -1}$

(3)　$x^2-3x-4=0$

$(x-4)(x+1)=0$

$x-4=0$ または $x+1=0$

$\boldsymbol{x=4,\ -1}$

(4)　$x^2+3x-18=0$

$(x+6)(x-3)=0$

$x+6=0$ または $x-3=0$

$\boldsymbol{x=-6,\ 3}$

(5)　$x^2+4x-3=0$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-4\pm\sqrt{16+12}}{2}$$

$$=\frac{-4\pm2\sqrt{7}}{2}$$

$$\boldsymbol{x=-2\pm\sqrt{7}}$$

(6)　$3x^2-4x-2=0$

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{16+24}}{6}$$

$$=\frac{4\pm2\sqrt{10}}{6}$$

$$\boldsymbol{x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}}$$

(7)　$6x^2-x-1=0$

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times6\times(-1)}}{2\times6}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{1+24}}{12}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{25}}{12}$$

$$=\frac{1\pm5}{12}$$

$x=\frac{1+5}{12}$ または $x=\frac{1-5}{12}$

$$\boldsymbol{x=\frac{1}{2},\ -\frac{1}{3}}$$

(8)　$\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0$

両辺に 2 をかけて

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x-2=0$ または $x+1=0$

$\boldsymbol{x=2,\ -1}$

8　解が次の(1)〜(3)のような数になる2次方程式を，それぞれ1つずつつくりなさい。

(1)　2，-1　　(2)　$\pm\sqrt{3}$　　(3)　-5

【ポイント】

$x=a$，$x=b$ を解とする2次方程式のひとつは，$(x-a)(x-b)=0$ です。

【解答】

(1)　$x=2$，-1 を解とする2次方程式は，$\mathbf{(x-2)(x+1)=0}$

(2)　$x=\pm\sqrt{3}$ を解とする2次方程式は，$\mathbf{x^2=3}$

(3)　$x=-5$ を解とする2次方程式は，$(x+5)(x+5)=0$　よって，　$\mathbf{(x+5)^2=0}$

9　x についての2次方程式 $x^2+ax-8=0$ の解の1つが-2であるとき，a の値を求めなさい。また，この方程式のもう1つの解を求めなさい。

【ポイント】

方程式の解は方程式を成り立たせる文字の値なので，解の1つである $x=-2$ を代入して，a の値を求める。

【解答】

2次方程式 $x^2+ax-8=0$ に，この方程式の解である $x=-2$ を代入すると，

$(-2)^2+a\times(-2)-8=0$ が成り立つ。

$4-2a-8=0$ より，$-2a=4$ よって，　$a=-2$

$a=-2$ をもとの式に代入すると，$x^2-2x-8=0$

これを解くと，$(x-4)(x+2)=0$　となり，$x=4$，$x=-2$

したがって，　答　**$a=-2$，もう1つの解は，$x=4$**

10　次の㋐，㋑の 2 次方程式は，どちらも解の 1 つが 2 です。このとき，下の問いに答えなさい。

㋐　$x^2-4ax+3b=0$	㋑　$x^2+ax-2b=0$

(1)　a，b の値を求めなさい。

(2)　㋐，㋑のもう 1 つの解を，それぞれ求めなさい。

【ポイント】

方程式の解は方程式を成り立たせる文字の値なので，解の 1 つである $x=2$ を㋐，㋑に代入して，a，b の値を求める。

【解答】

(1)　$x=2$ を㋐，㋑の方程式に代入すると，

㋐　$2^2-8a+3b=0$　　　　㋑　$2^2+2a-2b=0$

これら 2 つの式を連立させて，$\begin{cases} -8a+3b=-4 \\ 2a-2b=-4 \end{cases}$

この連立方程式を解くと，$a=2$，$b=4$

答　$a=2$，$b=4$

(2)　$a=2$，$b=4$ を㋐，㋑の方程式に代入すると，

㋐　$x^2-4\times2x+3\times4=0$

よって，$x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0$

$x=2,\ 6$

㋑　$x^2+2x-2\times4=0$

よって，$x^2+2x-8=0$

$(x-2)(x+4)=0$

$x=2,\ -4$

答　㋐　$x=6$　　㋑　$x=-4$

11　次の問いに答えなさい。

(1)　2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -5 と 6 のとき，a と b の値をそれぞれ求めなさい。

(2)　2 次方程式 $x^2+x-12=0$ の小さいほうの解が，2 次方程式 $x^2+ax+a+5=0$ の解の 1 つになっています。このとき， a の値を求めなさい。

【ポイント】

(1)　2 次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が -5 と 6 なので，この式に，$x=-5$，6 を代入して， a，b の値を求める。

【解答】

(1)　方程式の解が -5 と 6 なので， $x=-5$，6 を $x^2+ax+b=0$ に代入して，

$(-5)^2+(-5)\times a+b=0$　　$6^2+6a+b=0$

これら 2 式を連立して，$\begin{cases} 25-5a+b=0 \\ 36+6a+b=0 \end{cases}$

この連立方程式を解くと，$a=-1$，$b=-30$　　　　答　**$a=-1$，$b=-30$**

(2)　2 次方程式 $x^2+x-12=0$ を解くと，$(x-3)(x+4)=0$　で，$x=3$，-4

したがって，小さいほうの解は $x=-4$

$x=-4$ を $x^2+ax+a+5=0$ に代入すると，

$(-4)^2+a\times(-4)+a+5=0$

$-3a+21=0$

$3a=21$

$a=7$

答　**$a=7$**

【各章問題　利用一覧】

○　本文中に掲載の問題は，各教科書発行者の許可を得て、各教科書（令和２年度使用）から利用しており，以下一覧で記しておく。

１章　多項式（式の展開と因数分解）

1　;「数学 3」学校図書株式会社(以下「学図」)p.41 の 1

2　;「改訂版 中学校数学 3」数研出版株式会社(以下「数研」)p.40 の 2(1)～(3)

3　(1)～(2) ;数研 p.40 の 3(1),(3)

(3)～(8) ;「中学数学３」教育出版株式会社(以下「教出」)p.42 の 2(5),(6),(9)～(12)

4　;「新版 数学の世界 3」大日本図書株式会社(以下「大日本」)p.42 の 3

5 (1) ;大日本 p.42 の 2 (1),(2)

(3) ;学図 p.41 の 5 (2)

6　(1)～(2) ;「新しい数学３」東京書籍株式会社(以下「東書」)p.33 の 1

7　(1)　;「中学数学 3」日本文教出版株式会社(以下「日文」)p.41 の 8（1)

(2)　;大日本 p.42 の 4（1)

(3)～（5)　;日文 p.41 の 8(4),(5),同 p.27 のチャレンジ(1)

8　(1)～(16)　;日文 p.41 の 9(1),(2),(4),(5),(7),(9)，同 p.41 の 10(1),(2),(4),(6),
同 p.41 の 11(1),(2),(4),(5)，同 p.41 の 12(2),(4)

9　(1)～(3)　;日文 p.42 の 3

10～11　;「未来へひろがる数学 3」株式会社新興出版社啓林館(以下「啓林館」)p.38 の 9,
同 p.36 の 7

12 例題　;教出 p.43 の 9

12　;日文 p.43 の 4

13　;東書 p.33 の 6

14　;数研 p.42 の 4

2章　平方根

1 (1)～(4)　;学図 p.68 の 1

2 (1)～(5)　;東書 p.62 の 1,

　(6)　;教出 p.70 の 2(3)

3 例題　;啓林館 p.45

3 (1)～(2)　;啓林館 p.62 の 2

4 (1)～(3)　;日文 p.67 の 1

5 (1)～(4)　;大日本 p.74 の 5

6 (1)～(10) ;教出 p.70 の 4

(11)　;数研 p.68 の 5(3)

7(1)(2)　;東書 p.53 の例 6

(3)(4)　;学図 p.69 の 2

8(1)～(4)　;日文 p.68 の 3

9(1)～(3)　;数研 p.69 の 4

10　;数研 p.70 の 4

11　;数研 p.70 の 5

12　;学図 p.69 の 5

13 (1)(2)　;教出 p.71 の 12

３章　２次方程式

1 ; 教出 p.92 の 1

2 ; 数研 p.91 の 2

3 ; 啓林館 p.83 の 3

4 (1)～(4)　;数研 p.91 の 3

5 (1)～(4)　;数研 p.91 の 4

6 (1)～(8)　;数研 p.91 の 1

7 (1)～(8)　;数研 p.91 の 5

8 (1)～(3)　;大日本 p.96 の 2

9　;日文 p.88 の 3

10 (1)～(2) ;学図 p.94 の 2

11 (1)～(2) ;東書 p.88 の 2(1)(2)

中学校３年生用　振り返り学習教材＜数学＞　２０２０年７月

発　行　文部科学省　〒100-8959 東京都千代田区霞が関三丁目２番２号

協　力　一般社団法人教科書協会，一般社団法人教科書著作権協会

東京書籍株式会社，大日本図書株式会社，学校図書株式会社，教育出版株式会社，株式会社新興出版社啓林館，

数研出版株式会社，日本文教出版株式会社